Τυπολόγιο Μαθηματικών Α' Λυκείου

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες

- $ημ^2ω + συν^2ω = 1$
- $συν^2ω = \dfrac{1}{1+εφ^2ω}$
- $ημ^2ω = \dfrac{εφ^2ω}{1+εφ^2ω}$
- $εφω = \dfrac{ημω}{συνω}$
- $σφω = \dfrac{συνω}{ημω}$

$ημ(-ω) = -ημω$	$συν(-ω) = συνω$	$εφ(-ω) = -εφω$	$σφ(-ω) = -σφω$
$ημ(2κπ + ω) = ημω$	$συν(2κπ + ω) = συνω$	$εφ(2κπ + ω) = εφω$	$σφ(2κπ + ω) = σφω$
$ημ\left(\frac{π}{2} - ω\right) = συνω$	$συν\left(\frac{π}{2} - ω\right) = ημω$	$εφ\left(\frac{π}{2} - ω\right) = σφω$	$σφ\left(\frac{π}{2} - ω\right) = εφω$
$ημ\left(\frac{π}{2} + ω\right) = συνω$	$συν\left(\frac{π}{2} + ω\right) = -ημω$	$εφ\left(\frac{π}{2} + ω\right) = -σφω$	$σφ\left(\frac{π}{2} + ω\right) = -εφω$
$ημ(π - ω) = ημω$	$συν(π - ω) = -συνω$	$εφ(π - ω) = -εφω$	$σφ(π - ω) = -σφω$
$ημ(π + ω) = -ημω$	$συν(π + ω) = -συνω$	$εφ(π + ω) = εφω$	$σφ(π + ω) = σφω$
$ημ\left(\frac{3π}{2} - ω\right) = -συνω$	$συν\left(\frac{3π}{2} - ω\right) = -ημω$	$εφ\left(\frac{3π}{2} - ω\right) = σφω$	$σφ\left(\frac{3π}{2} - ω\right) = εφω$
$ημ\left(\frac{3π}{2} + ω\right) = -συνω$	$συν\left(\frac{3π}{2} + ω\right) = ημω$	$εφ\left(\frac{3π}{2} + ω\right) = -σφω$	$σφ\left(\frac{3π}{2} + ω\right) = -εφω$
$ημ(2π - ω) = -ημω$	$συν(2π - ω) = συνω$	$εφ(2π - ω) = -εφω$	$σφ(2π - ω) = -σφω$
$ημ(2π + ω) = ημω$	$συν(2π + ω) = συνω$	$εφ(2π + ω) = εφω$	$σφ(2π + ω) = σφω$

Τριγωνομετρικοί αριθμοί χαρακτηριστικών γωνιών

γωνία x	**0**	$\frac{π}{6}$	$\frac{π}{4}$	$\frac{π}{3}$	$\frac{π}{2}$	**π**	$\frac{3π}{2}$
ημx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1
συνx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0
εφx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–
σφx	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0

ΑΛΓΕΒΡΑ

Λύση της πρωτοβάθμιας εξίσωσης $αx + β = 0$

- Αν Αν $α \neq 0$ η εξίσωση έχει ακριβώς μια λύση, την $x = -\frac{β}{α}$.
- Αν Αν $α = 0$ η εξίσωση γίνεται $0 \cdot x = β$

I) Αν $β \neq 0$ η εξίσωση είναι αδύνατη

II) Αν $β = 0$ η εξίσωση είναι ταυτότητα.

Λύση της πρωτοβάθμιας ανίσωσης $αx + β > 0$

- Αν $α > 0$ τότε: $αx + β > 0 \Leftrightarrow αx > -β \Leftrightarrow x > -\frac{β}{α}$
- Αν $α < 0$ τότε: $αx + β > 0 \Leftrightarrow αx > -β \Leftrightarrow x < -\frac{β}{α}$
- Αν $α = 0$ τότε: $0x > -β$

I) Αν $β > 0$ η ανίσωση αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$

II) Αν $β \leq 0$ είναι αδύνατη.

Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού

- $|α| = \begin{cases} α, & αν\ α \geq 0 \\ -α, & αν\ α < 0 \end{cases}$
- $|α| \geq 0$
- $|α|^2 = α^2 = |α^2|$
- $|x| = |α| \Leftrightarrow x = α$ ή $x = -α$
- Αν $θ > 0$ τότε:

I) $|x| = θ \Leftrightarrow x = θ$ ή $x = -θ$

II) $|x| < θ \Leftrightarrow -θ < x < θ$

III) $|x| > θ \Leftrightarrow x > θ$ ή $x < -θ$

- $|α \cdot β| = |α| \cdot |β|$
- $|α + β| \leq |α| + |β|$
- $-|α| \leq α \leq |α|$

Συστήματα γραμμικών εξισώσεων

Έστω το σύστημα: $\begin{cases} αx + βy = γ \\ α'x + β'y = γ' \end{cases}$

- Αν $D \neq 0$ το σύστημα έχει μοναδική λύση την $x = \frac{D_x}{D}$, $y = \frac{D_y}{D}$
- Αν $D = 0$ και $D_x \neq 0$ ή $D_y \neq 0$ τότε το σύστημα είναι αδύνατο.
- Αν $D = D_x = D_y = 0$ τότε το σύστημα έχει άπειρες το πλήθος λύσεις,ή εκτός από την περίπτωση που είναι $α = α' = β = β' = 0$ και $γ \neq 0$ ή $γ' \neq 0$ οπότε το σύστημα είναι αδύνατο.

Λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$

- Αν $\Delta > 0$ η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες τις:

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha},\ x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

- Αν $\Delta = 0$ η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα (δυο ρίζες ίσες) τη $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$
- Αν $\Delta < 0$ η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.
- Το άθροισμα S και το γινόμενο p των ριζών είναι:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \qquad p = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Αν δύο αριθμοί έχουν άθροισμα S και γινόμενο P προσδιορίζονται από την λύση της εξίσωσης

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$

- Αν $\Delta > 0$ το πρόσημο του τριωνύμου εκτός των ριζών του είναι ομόσημο του α και εντός των ριζών του ετερόσημο του α.
- Αν $\Delta = 0$ το πρόσημο του τριωνύμου είναι πάντοτε ομόσημο του α εκτός της διπλής ρίζας που μηδενίζεται.
- Αν $\Delta < 0$ το πρόσημο του τριωνύμου είναι πάντοτε ομόσημο του α.